



1.

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow 3} -x^2 + 4x + 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} -5x^9 - 7x^3 + 10x^2 + 8$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 1)^5 (x^4 - 7)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} |7 - x| - 4x$.

2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} 9x - 1 - \frac{1}{2x^5 - 7} - x^4$; $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^2 - 9}{3x - \sqrt{27}}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 4x^2 + 3}{4x^5 - 2}$

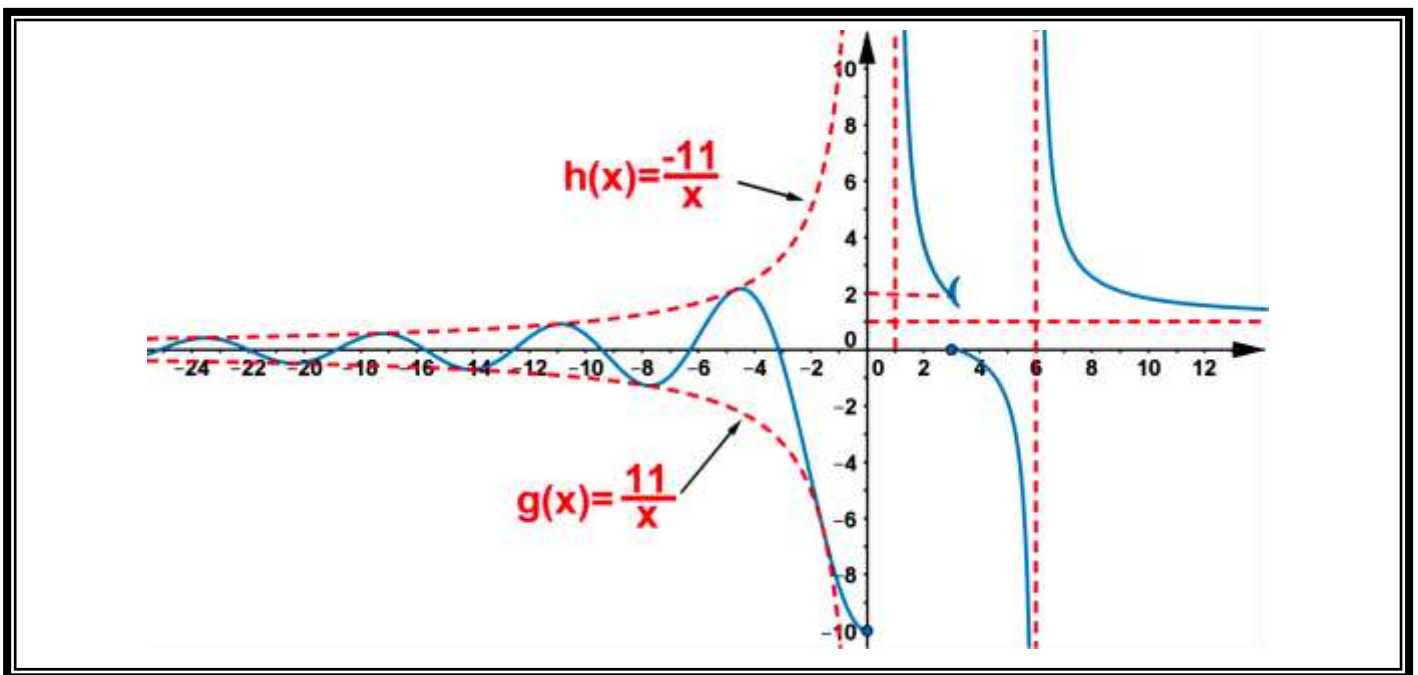
3. $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{7x + 5}{x - 4}$; $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{5 - x}{x^2 - 25}$.

4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{3x^4 + x + 3}{6x^4 - 3x + 4}}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + 1} - x$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + 3} - 2x$; $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{x} - 4}{x - 16}$; $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{3 - \sqrt{x + 6}}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{4x}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\tan(2x)}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(2x)}{\sin(4x)}$

2.

La figure ci-contre représente la courbe représentative d'une fonction f :



1. Déterminer graphiquement D_f le domaine de définition de la fonction f.

2. En déduire graphiquement les limites suivantes :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ (justifier) puis interpréter ce dernier résultat .

3. ..

a. Est-ce que la fonction f est continue à gauche du point $x_0 = 0$.

b. Est-ce que la fonction f est continue à gauche du point $x_0 = 3$.

c. Est-ce que la fonction f est continue à droite du point $x_0 = 3$.



3.

1. Etudier la continuité de f en $x_0 = 5$ avec :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 25} ; x \in \mathbb{R} \setminus \{-5, 5\} \\ f(5) = 8 \end{cases}$$

2. Etudier la continuité de f en $x_0 = -1$ avec :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{2}{x^3 + 1} ; x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\} \\ f(-1) = 3 \end{cases}$$

3. Etudier la continuité de f en $x_0 = 3$ avec :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 3} ; x \in [0, +\infty[\setminus \{3\} \\ f(3) = \frac{1}{2\sqrt{3}} \end{cases}$$

4. Etudier la continuité de f en $x_0 = 2$ avec :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - 4}{\sqrt{2} - \sqrt{x}} ; x \in]0, 2[\cup]2, +\infty[\\ f(2) = 8\sqrt{2} \end{cases}$$

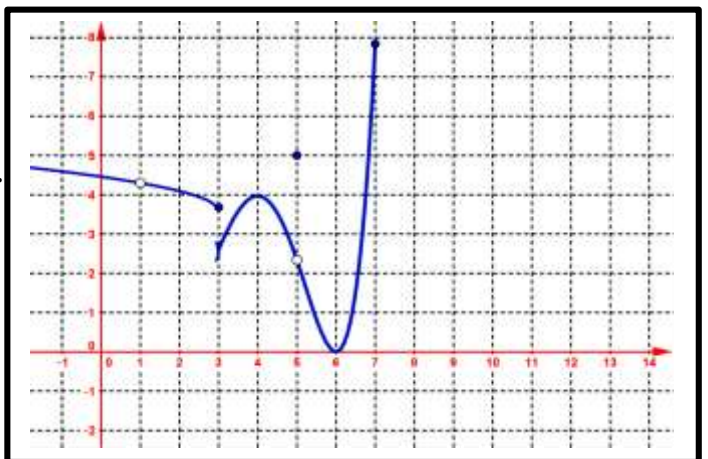
5. Etudier la continuité de f en $x_0 = 0$ avec :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{x+1} - 1} ; x \in]-1, 0[\cup]0, +\infty[\\ f(0) = 0 \end{cases}$$

6. Etudier la continuité de f à droite de $x_0 = 0$ avec :
$$\begin{cases} f(x) = 2 \times \frac{1 - \cos x}{x^2} ; x < 0 \\ f(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{1 + \frac{1}{x}} ; x > 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

4.

La figure ci-contre représente la courbe représentative d'une fonction f

1. Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires.
2. Donner deux intervalles tel que on peut utiliser le théorème des valeurs intermédiaires.
3. Trouver un intervalle, on ne peut pas appliquer le théorème des valeurs intermédiaires.
4. En déduire graphiquement le nombre des solutions $f(x) = 3$ puis donner un encadrement des solutions.



5.

Soit f la fonction numérique de la variable x définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^6 + 2x^4 - 1$.

1. Montrer que : l'équation $x^6 + 2x^4 - 1 = 0$ admet au moins une solution sur $]0; 1[$.



2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$.

- Dresser le tableau de variations de g sur $\mathbb{R}$.
- Montrer que : l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution sur $\mathbb{R}$ on note cette solution par α .
déterminer un encadrement de α .
- Déterminer le signe de $g(x)$ sur $[1, +\infty[$.

6.

Soit f la fonction numérique de la variable x définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{1}{x+1} ; 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ f(x) = 2x+ax^2 ; \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$$
 avec a est réel donné.

- Déterminer la valeur de a pour que f est continue en $x_0 = \frac{1}{2}$.

7.

Soit f la fonction numérique de la variable x définie et continue sur $\mathbb{R}$ dont le tableau est le suivant :

x	$-\infty$	-6	-2	5	7	$+\infty$
$f(x)$		1	7		-2	
		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$
			-10		-4	
						$-\infty$

- Déterminer le nombre des solutions : $x \in \mathbb{R} / f(x) = 0$.
- Déterminer le nombre des solutions : $x \in]-\infty, 5] / f(x) = 3$.
- Déterminer la valeur de la solution $x \in \mathbb{R} / f(x) = 7$.
- Déterminer : $f(]-\infty; -6])$ et $f(]-\infty; -2])$ et $f([-6, -2])$ et $f(]7, +\infty[)$ et $f(\mathbb{R})$.
- Est-ce qu'une restriction g de la fonction f sur $I =]-\infty, -6]$ admettra une fonction réciproque.
- Est-ce qu'une restriction h de la fonction f sur $I =]-2, 7[$ admettra une fonction réciproque.

8.

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 + x^2 - 4x + 1$.

- Dresser le tableau de variations de g sur $\mathbb{R}$.
- Montrer que : l'équation $f(x) = 0$ admet trois solutions distinctes dans $\mathbb{R}$.

9.

- Montrer que : $\sqrt[4]{3} \times \sqrt[3]{2} \times \sqrt[12]{3^9 \times 2^8} = 6$.
- Mettre le dominateur rationnel $\frac{2}{\sqrt[3]{5}-1}$.

10.

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :



1. $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$.

2. $f(x) = \sqrt[5]{(x+7)(x-1)}$.

3. $f(x) = \sqrt[3]{4-x} - \sqrt{x+1}$.

11.

1. On considère l'équation suivante : (E) : $\sqrt[3]{x+1} - 2 = 0$

a. Déterminer l'ensemble de définition de l'équation (E).

b. Résoudre l'équation (E).

2. Résoudre l'équation : $(x+5)^3 = 2$.

12.

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3 + x + 1}$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[5]{x^4 + 1}$ et $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{\sqrt[6]{4-x}}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{\sqrt[5]{x-2}}$.

2. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{x - 8}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[4]{x^4 + x + 1} - \sqrt[5]{x^6 + 2}$ et $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27 + x^2} - 3}{x^2}$.

13.

Soit f la fonction numérique de la variable x définie par : $f(x) = x - \sqrt[3]{1+x}$.

1. ..

a. Déterminer domaine de définition de f.

b. Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis interpréter géométriquement le résultat.

2. Calculer : $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{f(x) + 1}{x + 1}$ puis interpréter géométriquement le résultat.

14.

Soit f la fonction numérique de la variable x définie par :
$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{7+x} & ; x < 1 \\ \frac{4}{1+\sqrt{x}} & ; x \geq 1 \end{cases}$$

1. Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis interpréter géométriquement le résultat.

2. Etudier la continuité de f au point $x_0 = 1$.

15.

Soit f la fonction numérique de la variable x définie par : $f(x) = 2\sqrt{x+1} - x$.

1.

a. Déterminer D_f domaine de définition de f.

b. Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.



c. Montrer que : f est continue sur D_f .

2. ..

a. Etudier la dérivabilité à droite de la fonction f au point $x_0 = -1$.

b. Montrer que : $f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}$ sur $] -1, +\infty[$.

c. Dresser le tableau de variations de f sur D_f .

d. Montrer que : l'équation $]0, +\infty[$; $f(x) = 0$ admet une unique solution .

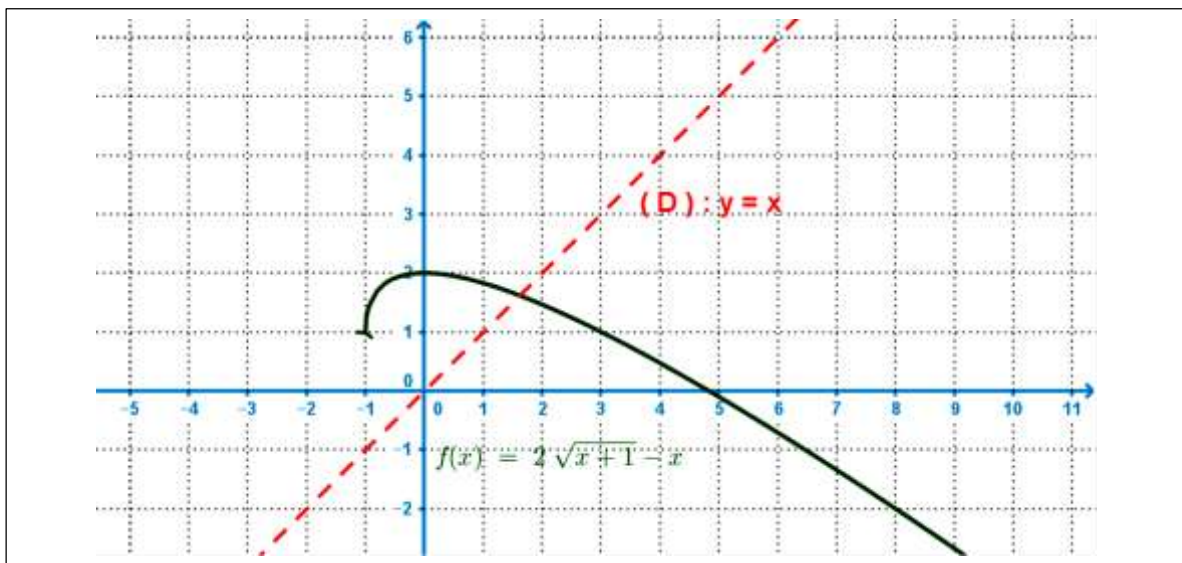
3. .. Soit g la restriction de f sur $]0, +\infty[$.

a. Montrer que la restriction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur l'intervalle J dont le déterminera .

b. Montrer que : la fonction réciproque g^{-1} est dérivable sur l'intervalle $]0, +\infty[$.

c. Calculer : $g(3)$ et $(g^{-1})'(1)$.

d. La figure ci-contre représente la courbe représentative de la fonction f . Construire dans le même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ la courbe représentative $(C_{g^{-1}})$ de la restriction g^{-1} de la fonction f .



4. ..

a. Vérifier que : $f(x) = 2 - (\sqrt{x+1} - 1)^2$ pour tout x de $]0, +\infty[$.

b. Déterminer : $g^{-1}(x)$ pour tout x de J .

5. ..

a. Déterminer graphiquement le nombre et le signe des solutions (si on a de solutions) des équations suivantes :

- $x \in]-1, +\infty[$; $f(x) = 5$.
- $x \in]-1, +\infty[$; $f(x) = \frac{3}{2}$.
- $x \in]-1, +\infty[$; $f(x) = -1$.